E est l'état final *prévu* et sa table d'état est : $E = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{21} \\ a_{12} & a_{11} \end{vmatrix}$

le *différentiel prévu* est donc celui de la **transition réelle** :

$$\delta_{AE} = E - A = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{21} \\ a_{12} & a_{11} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{22}-a_{11} & a_{21}-a_{12} \\ a_{12}-a_{21} & a_{11}-a_{22} \end{vmatrix}$$

si l'état **obtenu** ne correspond pas, appelons-le $\tilde{E}$, au **E** *prévu* c'est que le motif qui en procède n'est pas A* mais $\tilde{E}$ pour lequel nous écrivons la table d'état :

$\tilde{E} = \begin{vmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{vmatrix}$ évidemment, le *différentiel* **obtenu** n'est pas celui **obtenu** en **transition réelle**. calculons le :

$$\delta_{A\sim E} = \begin{vmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} e_{11}-a_{11} & e_{12}-a_{12} \\ e_{21}-a_{21} & e_{22}-a_{22} \end{vmatrix}$$

le *différentiel* **obtenu** différant du *différentiel prévu,* nous pouvons donc en calculer le ***déficit* d** :

d = *différentiel* **obtenu** – *différentiel prévu* = $\delta_{A\sim E} - \delta_{AE}$. transcrivons cela en tables d'états :

$$\mathbf{d}_{A\sim E} = \begin{vmatrix} e_{11}-a_{11} & e_{12}-a_{12} \\ e_{21}-a_{21} & e_{22}-a_{22} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{22}-a_{11} & a_{21}-a_{12} \\ a_{12}-a_{21} & a_{11}-a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} e_{11}-a_{22} & e_{12}-a_{21} \\ e_{21}-a_{12} & e_{22}-a_{11} \end{vmatrix}$$

soit $\begin{vmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{22} & a_{21} \\ a_{12} & a_{11} \end{vmatrix}$ c'est-à-dire $\mathbf{d}_{A\sim E} = \tilde{\mathbf{E}} - \mathbf{A}^* = \tilde{\mathbf{E}} - \mathbf{E}$.

b) déficit d(˜E, A)

$\tilde{\mathbf{E}}$ étant l'état initial, $(\tilde{\mathbf{E}})^*$ est l'état final *prévu* dont la table d'état est : $(\tilde{E})^* = \begin{vmatrix} e_{22} & e_{21} \\ e_{12} & e_{11} \end{vmatrix}$

et le *différentiel prévu* est :

$$\delta_{\sim E(\sim E)^*} = \begin{vmatrix} e_{22} & e_{21} \\ e_{12} & e_{11} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} e_{22}-e_{11} & e_{21}-e_{12} \\ e_{12}-e_{21} & e_{11}-e_{22} \end{vmatrix}$$

si l'état obtenu est **A** c'est que le motif qui en procède n'est pas $(\tilde{E})^*$ mais A dont nous connaissons la table d'état : $A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ le *différentiel* est alors :

$$\delta_{\sim EA} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11}-e_{11} & a_{12}-e_{12} \\ a_{21}-e_{21} & a_{22}-e_{22} \end{vmatrix}$$

le *différentiel* **obtenu** étant différent du *différentiel prévu*, nous pouvons en calculer le ***déficit* d** :

d = *différentiel* **obtenu** – *différentiel prévu* = $\delta_{\sim EA} - \delta_{\sim E(\sim E)^*}$. écrivons cela en tables d'états :

$$\mathbf{d}_{\sim EA} = \begin{vmatrix} a_{11}-e_{11} & a_{12}-e_{12} \\ a_{21}-e_{21} & a_{22}-e_{22} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} e_{22}-e_{11} & e_{21}-e_{12} \\ e_{12}-e_{21} & e_{11}-e_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11}-e_{22} & a_{12}-e_{21} \\ a_{21}-e_{12} & a_{22}-e_{11} \end{vmatrix}$$

ou $\mathbf{d}_{\sim EA} = \mathbf{A} - \tilde{\mathbf{E}}$. la somme des deux *déficits* est : $\mathbf{d}_{A\sim E} + \mathbf{d}_{\sim EA} = (\tilde{\mathbf{E}} - \mathbf{E}) + (\mathbf{A} - \tilde{\mathbf{E}}) = \mathbf{A} - \mathbf{E} = \mathbf{A} - \mathbf{A}^* = \delta_{EA} = 0$. ***la somme des deux déficits des transitions virtuelles inverses (A,˜E) et (˜E, A) est égale au différentiel de la transition réelle.***

c) déficit d(E,˜A)

E étant l'état initial, **A** est l'état final *prévu*, **transition réelle**. mais l'état **obtenu** est $\tilde{\mathbf{A}}$ dont la table d'état est $\tilde{A} = \begin{vmatrix} \mathrm{a}_{11} & \mathrm{a}_{12} \\ \mathrm{a}_{21} & \mathrm{a}_{22} \end{vmatrix}$ le *différentiel* va donc s'écrire :

$$\delta_{E\tilde{A}} = \begin{vmatrix} \mathrm{a}_{11} & \mathrm{a}_{12} \\ \mathrm{a}_{21} & \mathrm{a}_{22} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{22} & a_{21} \\ a_{12} & a_{11} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathrm{a}_{11}-a_{22} & \mathrm{a}_{12}-a_{21} \\ \mathrm{a}_{21}-a_{12} & \mathrm{a}_{22}-a_{11} \end{vmatrix}$$

nous calculons le déficit $\mathbf{d}_{E\tilde{A}}$:

$$\mathbf{d}_{E\tilde{A}} = \begin{vmatrix} \mathrm{a}_{11}-a_{22} & \mathrm{a}_{12}-a_{21} \\ \mathrm{a}_{21}-a_{12} & \mathrm{a}_{22}-a_{11} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{11}-a_{22} & a_{12}-a_{21} \\ a_{21}-a_{12} & a_{22}-a_{11} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathrm{a}_{11}-a_{11} & \mathrm{a}_{12}-a_{12} \\ \mathrm{a}_{21}-a_{21} & \mathrm{a}_{22}-a_{22} \end{vmatrix}$$

soit $\mathbf{d}_{E\tilde{A}} = \tilde{\mathbf{A}} - \mathbf{A}$.

d) déficit $d({}^{\sim}A,E)$

${}^{\sim}\mathbf{A}$ étant l'état initial, l'état *prévu* est $({}^{\sim}\mathbf{A})^*$ dont la table d'état est : $({}^{\sim}A)^* = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{21} \\ a_{12} & a_{11} \end{vmatrix}$
calculons le *différentiel prévu* qui est celui d'une **transition réelle** :

$$\delta^{\sim}_{A({}^{\sim}A)^*} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{21} \\ a_{12} & a_{11} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{22}-a_{11} & a_{21}-a_{12} \\ a_{12}-a_{21} & a_{11}-a_{22} \end{vmatrix}$$

mais l'état **obtenu** est **E** dont nous connaissons la table d'état. le *différentiel* **obtenu** est donc :

$$\delta^{\sim}_{AE} = \begin{vmatrix} \mathit{a}_{22} & \mathit{a}_{21} \\ \mathit{a}_{12} & \mathit{a}_{11} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathit{a}_{22}-a_{11} & \mathit{a}_{21}-a_{12} \\ \mathit{a}_{12}-a_{21} & \mathit{a}_{11}-a_{22} \end{vmatrix}$$

le ***déficit*** pour cette transition est :

$$\mathbf{d}^{\sim}_{AE} = \begin{vmatrix} \mathit{a}_{22}-a_{11} & \mathit{a}_{21}-a_{12} \\ \mathit{a}_{12}-a_{21} & \mathit{a}_{11}-a_{22} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{22}-a_{11} & a_{21}-a_{12} \\ a_{12}-a_{21} & a_{11}-a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathit{a}_{22}-a_{22} & \mathit{a}_{21}-a_{21} \\ \mathit{a}_{12}-a_{12} & \mathit{a}_{11}-a_{11} \end{vmatrix}$$

c'est-à-dire $\mathbf{d}^{\sim}_{AE} = \mathbf{E} - ({}^{\sim}\mathbf{A})^* = \mathbf{A}^* - ({}^{\sim}\mathbf{A})^*$. et finalement $\mathbf{d}_{E}{}^{\sim}_{A} + \mathbf{d}^{\sim}_{AE} = ({}^{\sim}\mathbf{A} - \mathbf{A}) + (\mathbf{A}^* - ({}^{\sim}\mathbf{A})^*)$ $= ({}^{\sim}\mathbf{A} - ({}^{\sim}\mathbf{A})^*) + (\mathbf{A}^* - \mathbf{A})$, ce qui est la somme de deux *différentiels* de **transitions réelles.** nous avons : $\mathbf{d}_{E}{}^{\sim}_{A} + \mathbf{d}^{\sim}_{AE} = ({}^{\sim}\mathbf{A} - ({}^{\sim}\mathbf{A})^*) + \mathbf{d}_{EA} = \mathbf{d}_{E}{}^{\sim}_{A} + 0$. mais $\mathbf{d}_{E}{}^{\sim}_{A}$ étant aussi une **transition réelle**, sa valeur s'annule aussi. finalement : $\mathbf{d}_{E}{}^{\sim}_{A} + \mathbf{d}^{\sim}_{AE} = 0$.

III – topologie dynamique

a – relativité du montage motif de métamorphose/bâti

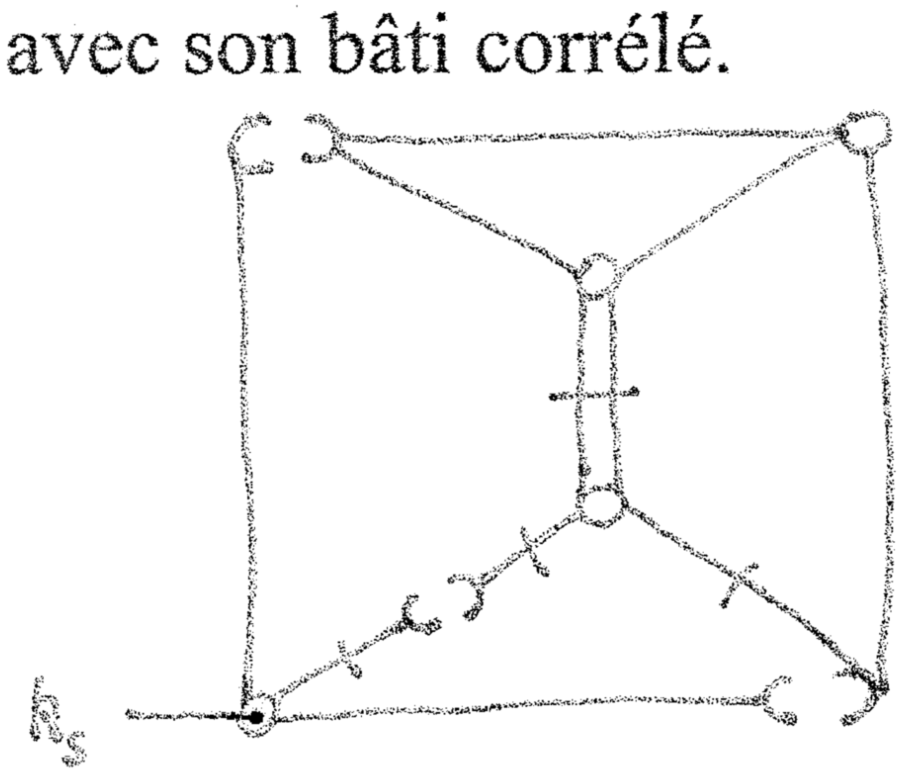
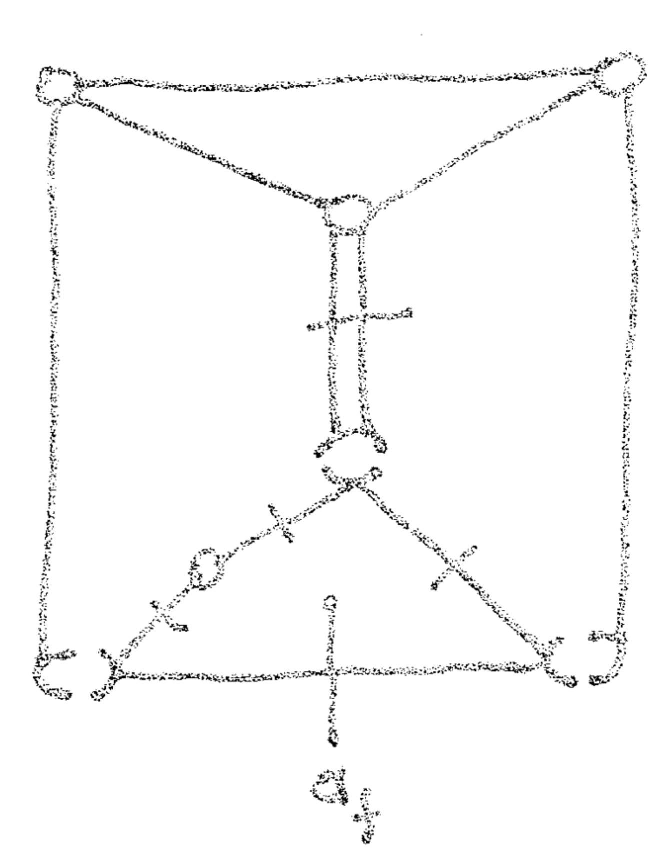
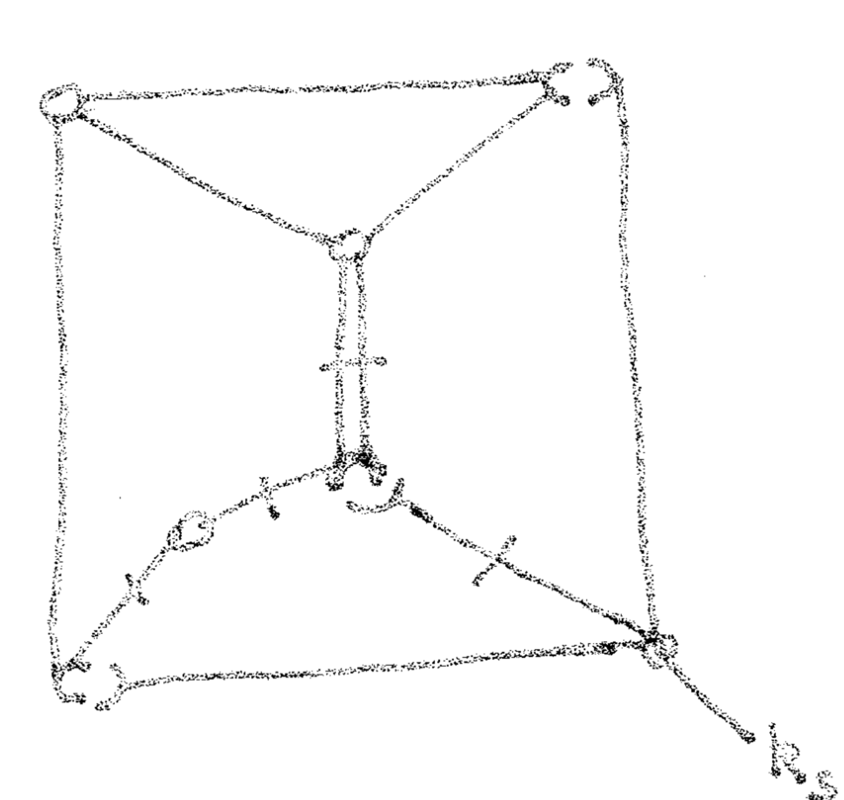
un état nœudien peut recéler plusieurs motifs de métamorphoses en même temps[11]. *à chacun* des motifs lui correspond *son* bâti. un état nœudien doit donc être considéré *sous autant* d'aspects qu'il possède de motifs de métamorphoses; *chaque fois* il sera regardé comme le montage *spécifique* d'un motif de métamorphose et du bâti qui s'y ajuste.

- sans motif de métamorphose, l'état est dit **statique**[12]. il ne connaît pas d'état antérieur dont il serait le métamorphosé, ni d'état postérieur qui serait son métamorphosé.
- un état ne recélant qu'un seul motif de métamorphose est tel que l'état qui le précède est le même que celui qui en est issu, car la métamorphose est involutive.
- deux états mutuellement métamorphosables ont leur motif de métamorphose métamorphosable/métamorphosé l'un de l'autre. leur bâti est identique car invariant pour la métamorphose considérée. *une métamorphose nœudienne* est donc la donnée simultanée de deux motifs mutuellement métamorphosables, chacun pouvant être choisi pour initial, et d'un bâti unique. deux états ainsi connectés sont dits **isotopes.**

on peut écrire : $\mathfrak{n} = \{(\eta_i, \eta_f), \mathfrak{m}\}$ avec $\mathfrak{m} = \{(m_i, m_f{=}m_i{}^*), \mathbf{b}\}$ et $\eta_i = \mathbf{b} + m_i$ et $\eta_f = \mathbf{b} + m_f$.

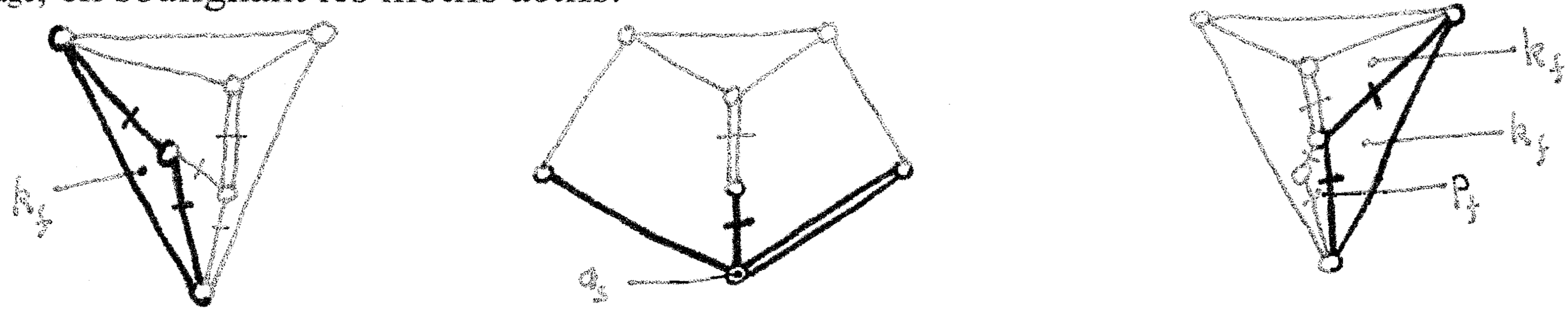
revoyons les états dessinés page 7.

le premier graphe représente un état à un seul motif de retournement, un coin retournable. le retournement est dessiné page 2, et le retournement inverse page suivante. l'état résultant est redessiné page 7 où il peut être considéré comme plongé dans sa configuration, ou réseau, de ses métamorphoses. en effet, il possède trois motifs de métamorphoses, deux coins sommets et une agrafe face. nous en dessinons ici chacun des motifs retournables avec son bâti corrélé.

[11] voir page 7, ***a*** et ***b***.
[12] voir ***plastique des nœuds rares***, op. cité.

nous dessinons un à un les trois retournements, sans recourir cependant aux phases intermédiaires de décrochage-raccrochage, en soulignant les motifs actifs.

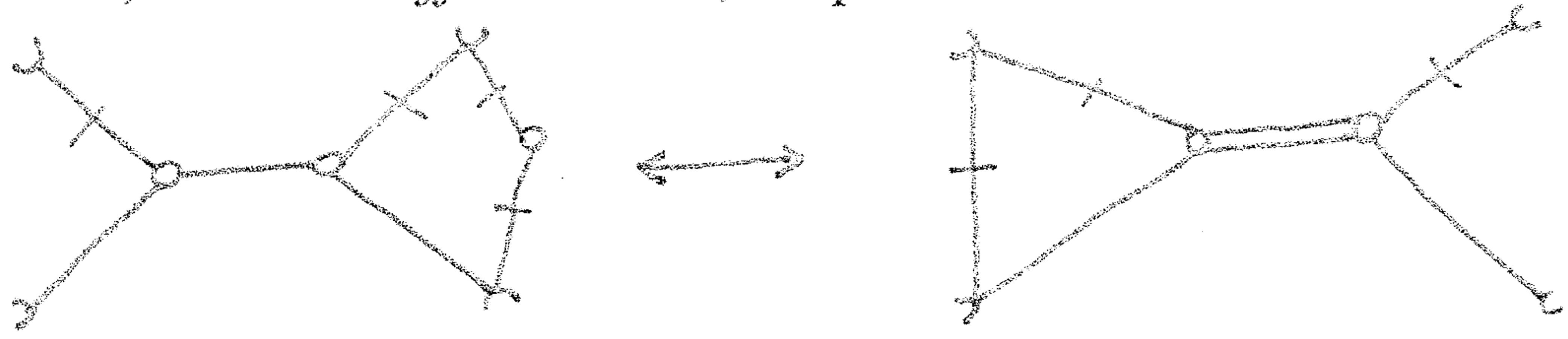


b – sites actifs et topologie du réseau des motifs de métamorphoses

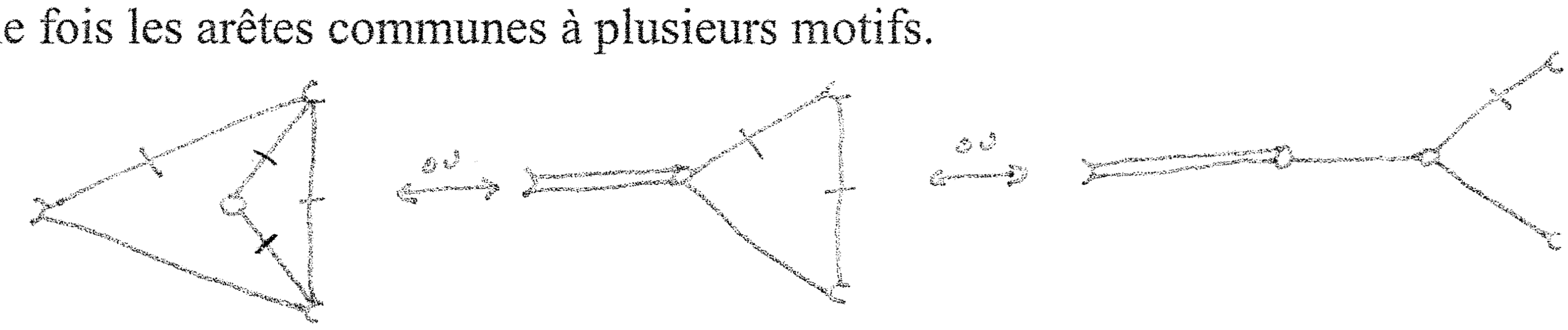
un motif de métamorphose constitue un site actif de l'état.

l'ensemble des motifs de métamorphoses dessine la topologie active de l'état, le réseau des motifs métamorphosables dont chaque motif est un sous-ensemble. la superposition des motifs, telle qu'énoncée page 8 forme un recouvrement topologique de ce réseau. du point de vue dynamique, la superposition connaît trois modes : **additif**, *inhibé* et ***mixte***. nous accompagnerons nos explications de dessins réduits aux sites actifs, sans plus dessiner l'état en entier.

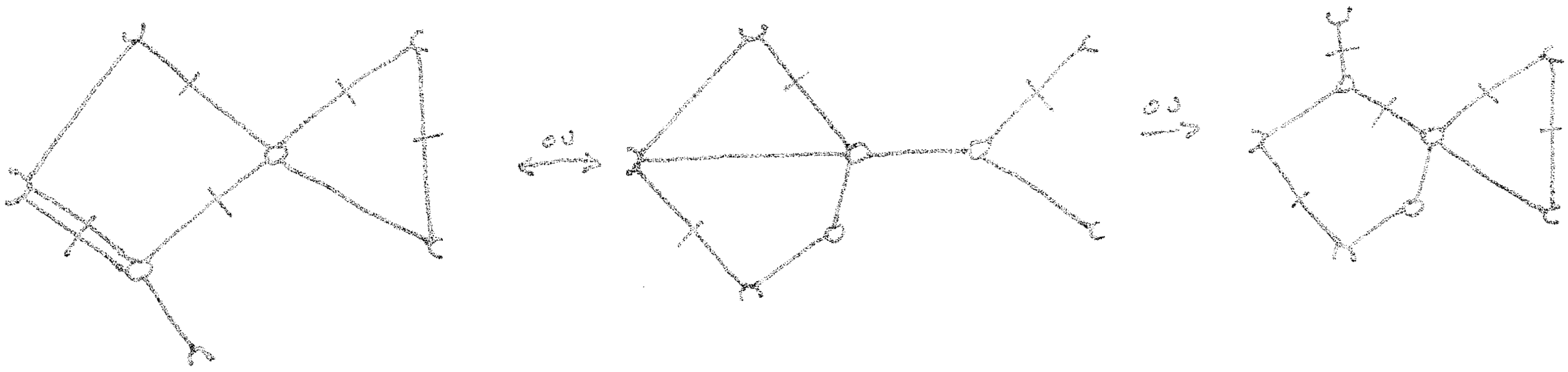
- le mode **additif** concerne les motifs qui n'ont aucune arête du graphe commune, aucun croisement de l'état commun, quand bien même ils auraient un sommet du graphe commun, une zone de l'état commune. ils peuvent s'effectuer simultanément. le bâti synchrone est donc le bâti de chaque motif, choisi *indifféremment*, duquel on retire les *autres* motifs.



- le mode *inhibé* concerne les motifs qui possèdent au moins une arête commune. dans ce cas, on ne peut effectuer la métamorphose que d'un seul des motifs constituant la superposition. chaque bâti est strictement celui de son motif actif, le bâti global de l'ensemble du site actif est obtenu en ôtant du graphe toutes les arêtes des motifs actifs, en ne comptant qu'une fois les arêtes communes à plusieurs motifs.



- le mode ***mixte*** rassemble les deux cas précédents.



IV – formulaire des transitions

le motif actif : $\boldsymbol{m} = \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{vmatrix}$

le bâti correspondant : $\mathbf{b} = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix}$

l'état $\eta_i = \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m_{11}+b_{11} & m_{12}+b_{12} \\ m_{21}+b_{21} & m_{22}+b_{22} \end{vmatrix}$

le motif actif retourné : $\boldsymbol{m}^* = \begin{vmatrix} m_{22} & m_{21} \\ m_{12} & m_{11} \end{vmatrix}$

tr s'écrit, avec les indices 'i' pour 'initial' et 'f' pour 'final' :

tr

$$\eta_i = \boldsymbol{m}_i + \mathbf{b}$$
$$\boldsymbol{m}_i^* = \boldsymbol{m}_f$$
$$\delta_m = m_f - m_i$$
$$\eta_f = \eta_i + \delta_m$$

ce qui permet d'écrire $\eta_f = (\boldsymbol{m}_i + \mathbf{b}) + (\boldsymbol{m}_f - \boldsymbol{m}_i) = \mathbf{b} + \boldsymbol{m}_f$. **(I).**

tv

a) le *différentiel* est **mixte**, *virtuel* **moins réel**, puis ***état final réel*** somme de l'état initial **réel** et du *différentiel* **mixte**.

tv

$$\eta_i = \boldsymbol{m}_i + \mathbf{b}$$
$$\boldsymbol{m}_i^* = \boldsymbol{m}_f$$
$$\delta_{prévu} = \delta_m = m_f - m_i$$
$$\sim m = m_i + d$$
$$\delta_{\sim mmi} = (\sim m)^* - m_i$$
$$\eta_f = \eta_i + \delta_{\sim mmi}$$

on peut écrire $\eta_f = (\boldsymbol{m}_i + \mathbf{b}) + ((\sim\boldsymbol{m})^* - \boldsymbol{m}_i) = \mathbf{b} + (\sim\boldsymbol{m})^*$ **(II - a).**

b) le *différentiel* est *virtuel*, l'état initial **réel** devient initial *virtuel* et l'état final est somme de l'état initial et du *différentiel* tous deux *virtuels*, l'***état final étant réel***.

$$\eta_i = \boldsymbol{m}_i + \mathbf{b}$$
$$\boldsymbol{m}_i^* = \boldsymbol{m}_f$$
$$\delta_{\sim m} = (\sim m)^* - \sim m$$
$$\sim\eta_i = \eta_i + \mathbf{d}$$
$$\eta_f = \sim\eta_i + \delta_{\sim m}$$

nous pouvons donc écrire : $\eta_f = (\sim\boldsymbol{m} + \mathbf{b}) + ((\sim\boldsymbol{m})^* - \sim\boldsymbol{m}) = \mathbf{b} + (\sim\boldsymbol{m})^*$ **(II – b)**